



Reykjavíkurborg  
Menntasvið



**Niðurstöður Talnalykils  
í 3. bekk í grunnskólum  
Reykjavíkur haustið 2005**

NÓVEMBER 2006



Gagnadeild  
Menntasviðs

# Stærðfræðiskimun

-3. bekkur nóvember 2005-

Birna Sigurjónsdóttir  
Hildur Björk Svavarsdóttir  
Ólafur Magnússon

Menntasvið Reykjavíkur  
Nóvember 2006



## Efnisyfirlit

---

<b>TÖFLUR OG MYNDIR</b> .....	<b>4</b>
<b>AÐFERÐ</b> .....	<b>7</b>
Úrtak og svörun.....	7
Tæki.....	7
Framkvæmd.....	8
Úrvinnsla.....	8
<b>NIÐURSTÖÐUR</b> .....	<b>10</b>
Þrep I: Reikningur og aðgerðir.....	14
Þrep II: Tölur.....	16
Þrep III: Mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, algebra og jöfnur....	18
Nemendur sem þurfa sérstakan stuðning.....	28
<b>SAMANTEKT OG NÝTING NIÐURSTAÐNA</b> .....	<b>32</b>
<b>HEIMILDASKRÁ</b> .....	<b>34</b>

## Tölur og myndir

---

Tafla 1. Prófpættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep.....	7
Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep	10
Mynd 1. Meðalmælitölur í hverju þrepi <sup>)</sup> .....	11
Mynd 2. Meðalmælitölur á hverjum prófpætti eftir því hvaða prófhlyta nemendur luku	12
Mynd 3. Meðalmælitölur á hverjum prófpætti 2003 og 2005 - öll þrepin í Talnalykli ....	12
Tafla 3. Fjöldi nemenda sem fóru í gegnum hvern prófpátt eftir kyni.....	13
Mynd 4. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> .....	14
Mynd 5. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> .....	15
Mynd 6. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>reikningur og aðgerðir</i> eftir kyni .....	15
Mynd 7. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>tölur</i> .....	16
Mynd 8. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>tölur</i> .....	17
Mynd 9. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>tölur</i> eftir kyni .....	17
Mynd 10. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>mælingar</i> .....	18
Mynd 11. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>mælingar</i> .....	19
Mynd 12. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>mælingar</i> eftir kyni .....	19
Mynd 13. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>stærðfræðiheiti</i> .....	20
Mynd 14. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>stærðfræðiheiti</i> .....	21
Mynd 15. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>stærðfræðiheiti</i> eftir kyni .....	21
Mynd 16. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>tölfræði</i> .....	22
Mynd 17. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>tölfræði</i> .....	23
Mynd 18. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>tölfræði</i> eftir kyni .....	23
Mynd 19. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>rúm- og flatarmál</i> .....	24
Mynd 20. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>rúm- og flatarmál</i> .....	25
Mynd 21. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>rúm- og flatarmál</i> eftir kyni .....	25
Mynd 22. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófpættinum <i>algebra og jöfnur</i> .....	26
Mynd 23. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>algebra og jöfnur</i> .....	27
Mynd 24. Meðaltal einstakra skóla á prófpættinum <i>algebra og jöfnur</i> eftir kyni .....	27
Mynd 25. Hlutfall nemenda sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu .....	28
Mynd 26. Meðalheildartölur eftir skólum.....	29
Mynd 27. Meðalheildartölur eftir skólum og kyni.....	30
Mynd 28. Hlutfall nemenda eftir skólum/þrepi og hlutfall nem. sem þurfa sérstakan stuðning.....	31

## Inngangur

---

Tölulegar upplýsingar og stærðfræði er mikilvægur þáttur í daglegu lífi fólks. Margar námsgreinar á síðari hluta skólagöngunnar byggja á einn eða annan hátt á stærðfræði og það er því mjög mikilvægt að nemendur nái strax tókum á grunnhugtökum stærðfræðinnar. Í inngangi Aðalnámskrár grunnskóla, stærðfræði frá 1999 segir: „Stærðfræði er svo samofin menningu og þjóðfélagsháttum að lágmarkskunnátta í henni er hverjum manni nauðsynleg til að takast á við daglegt líf og störf og skilja umheim sinn ... Um notkun í stærðfræði er það að segja að ekki nægir að miða kunnáttu í starfi við brýnustu þarfir í starfsgreinum eins og þær gerast á hverjum tíma. Miða ætti æskilega kunnáttu við það sem getur nýst fólki í mörgum störfum“ (bls. 5).

Í Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2005 var sett það markmið að staða nemenda í stærðfræði í 3. bekk verði metin með skimun. Í Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2006 er ein af lykiltölum um kennsluhætti: Hlutfall nemenda sem teljast ólíklegir til að þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði samkvæmt niðurstöðum úr skimunarprófinu Talnalykli (bls. 29). Skimunarpróf eru próf sem notuð eru í því skyni að afmarka þann hóp nemenda sem þarfnast aðstoðar á tilteknu námssviði eða námsgrein. Almennt er talið árangursríkast að finna nemendur snemma á námsferlinum til að unnt sé að bregðast við með sérkennslu eða stuðningi áður en vandinn verður meiri (Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2006; fylgiskjal 27).

Talnalykill, sem er saminn af Einari Guðmundssyni og Guðmundi B. Arnkelssyni (1998) byggir á þeirri hugmynd að hægt sé að flokka kunnáttu í stærðfræði niður í nokkra þætti. Hver kunnáttuþáttur er nokkuð sjálfstæður þannig að slök eða góð frammistaða á einum þætti þýðir ekki nauðsynlega góða eða slaka frammistöðu á öðrum. Skimunarprófið samanstendur af sjö þáttum og á hver þáttur að mæla afmarkaða kunnáttu nemenda í stærðfræði. Fjögur aðalmarkmið prófsins eru að gefa kost á: a) samanburði við aðra nemendur, b) samanburði á kunnáttusviðum fyrir einstaka nemendur, c) greiningu á þeirri sérstöku færni sem einstakir nemendur hafa eða skortir og birtist í frammistöðu á einstökum verkefnum og d) leit að slökum nemendum. Skimunarprófið er staðlað og töluverð reynsla komin á notkun þess og er það líklega eina tækið héraendis þar sem skimunaraðferð hefur verið þróuð sérstaklega og eiginleikar hennar og árangur rannsakaður. Það skal tekið fram að Talnalykill tekur ekki mið af ákveðnu námsefni í stærðfræði.

Árið 2003 og 2004 voru haldin þrjú námskeið sérstaklega fyrir kennara í Reykjavík á vegum höfunda prófsins. Þessi námskeið veittu kennurum rétt til að leggja prófið fyrir. Auk þess var skimunin kynnt á fræðslufundum fyrir kennara í 3. bekkjum grunnskólanna á haustönn 2003. Einnig voru haldnir fræðslufundir fyrir kennara í tengslum við fyrirlögn prófsins í janúar 2005 og í byrjun nóvember 2005.

Skimunarprófið var fyrst lagt fyrir í grunnskólum í Reykjavík og upplýsingum safnað á Fræðslumiðstöð Reykjavíkur í nóvember árið 2003 og birtust niðurstöður í skýrslu í október 2004. Á haustönn 2004 var fyrirlögn skimunarprófsins frestað vegna þess að skólastarf féll niður í um 6 vikur vegna verkfalls kennara. Prófið var síðan lagt fyrir í febrúar 2005 og niðurstöður birtar í skýrslu í desember 2005. Niðurstöður úr fyrirlögninni

Í febrúar 2005 eru ekki notaðar til samanburðar hér þar sem tími fyriragnar er ekki sá sami. Aðeins er því borið saman við niðurstöður úr fyrirlögn í nóvember 2003.

Í þessari skýrslu er gerð grein fyrir niðurstöðum Talnalykils í 19 grunnskólum í Reykjavík í nóvember 2005. Í starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík fyrir árið 2005 var sett það markmið að skimunarpróf í stærðfræði verði lagt fyrir til að greina stöðu nemenda og skipuleggja út frá niðurstöðunum einstaklingsmiðaðar áherslur í stærðfræðinámi. Í október 2005 var því sent bréf til allra grunnskóla með þriðja bekk og þeir beðnir um að tilkynna þátttöku í skimuninni, sérstaklega voru þeir skólar hvattir til þátttöku sem reynslu höfðu af notkun þess. Ítrekað var að til að leggja prófið fyrir þyrftu kennarar að hafa lokið námskeiði um fyrirlögn prófsins.

Skimunin samanstendur af þremur þrepum þar sem allir nemendur fara í gegnum fyrsta þrepið. Niðurstöður úr fyrsta þrepi ráða því hvort nemandi tekur annað þrep og svo það þriðja. Flestir þeirra sem eiga í erfiðleikum með að læra stærðfræði eða eru líklegir til að eiga erfitt með að tileinka sér stærðfræði fara í öll þrjú þrep skimunarinnar eða alla sjö prófþættina.

Tilgangur skimunarinnar er að finna þá nemendur sem eru líklegir til að lenda í vanda í stærðfræðinámi og bregðast fljótt við með einstaklingsáætlun og/eða sérkennslu. Niðurstöður móta viðmið til að nota við ákvörðun um að veita nemanda sérkennslu í stærðfræði og nýta þannig mannafla og fjármagn til sérkennslu sem best.

Kennarar geta að hluta til nýtt sér skimunina til að móta sér stefnu fram í tímann fyrir þá nemendur sem verst gengur í stærðfræði.

## Aðferð

### Úrtak og svörun

Öllum grunnskólum Reykjavíkur var boðin þátttaka í stærðfræðiskimun í nóvember 2005. Alls tóku 19 almennir grunnskólar í Reykjavík þátt í stærðfræðiskimuninni. Skólarnir eru ekki í beinni númeraröð því ekki tóku sömu skólar þátt að þessu sinni og árið 2003 en sami skóli þarf að hafa sama númer í gegnum öll árin sem prófið er lagt fyrir<sup>1</sup>. Prófið var lagt fyrir 715 nemendur en gögn voru bara notuð fyrir 689 og voru það 314 strákar og 310 stelpur<sup>2</sup>. Um 50% nemenda í 3. bekk í grunnskólum Reykjavíkur tóku þátt í skimuninni.

### Tæki

Skimunarprófið *Talnalykill* var notað til að meta kunnáttu nemenda í stærðfræði (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998a). Skimunin fer fram í þremur þrepum. Í þrepi I er prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* lagður fyrir nemendur, í þrepi II er prófþátturinn *tölur* lagður fyrir nemendur, í þrepi III eru fimm prófþættir lagðir fyrir nemendur eða *mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, og algebra og jöfnur* (tafla 1). Eins og sést á töflu 1 er fyrirlögnin mismunandi eftir prófþáttum. Þrjú prófþættir eru lagðir fyrir í hópprófi, *reikningur og aðgerðir, rúm- og flatarmál og algebra og jöfnur*, en hinir fimm þættirnir eru lagðir fyrir í einstaklingsprófi. Hópprófin má leggja fyrir heila bekki í einu, lítinn hóp nemenda eða jafnvel einstaka nemendur þar sem þeir sitja einir við borð og vinna sjálfstætt. Einstaklingsprófin eru lögð fyrir einn nemanda í einu þar sem prófandi situr gegnt nemandanum og leggur fyrir hann verkefni. Nemandi skráir svör sín í þar til gert verkefnahefti (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

Tafla 1. Prófþættir, tegund fyrirlagnar og nemendahópur sem fer í hvert þrep

Þrep skimunar	Prófþáttur	Fyrirlögn	Nemendahópur
I	Reikningur og aðgerðir	Hóppróf	Allir nemendur
II	Tölur	Einstaklingspróf	Nemendur með mælitöluna <sup>3</sup> 9 eða lægri í þrepi I
III	Mælingar	Einstaklingspróf	Nemendur með mælitöluna 9 eða lægri í þrepi II
III	Stærðfræðiheiti	Einstaklingspróf	
III	Tölfræði	Einstaklingspróf	
III	Rúm- og flatarmál	Hóppróf	
III	Algebra og jöfnur	Hóppróf	

Með hverjum prófþætti er metin tiltekin kunnáttu og inntak og til samans mynda prófþættirnir sjö eina heildartölu sem er mælikvarði á almenna kunnáttu í stærðfræði. Hægt er að nýta þetta próf á fleiri en einn hátt. Hér er beitt þriggja þrepa skimun til að

<sup>1</sup> Fyrirlögn í febrúar 2005 er ekki notuð til samanburðar þar sem tími fyrirlagnar var ekki sá sami.

<sup>2</sup> Ekki var merkt við kyn hjá 65 nemendum.

<sup>3</sup> Stigunum sem fást út úr prófinu er breytt yfir í mælitölur eftir stöðluðum töflum. Mælitölur prófþátta eru normaldreifðar og eru á bilinu 1-19 þar sem 10 er meðaltal og staðalfrávik 3. Þetta þýðir að fyrir hvern prófþátt fá um 2/3 hlutar nemenda mælitölu á bilinu 7 til 13 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

finna þá nemendur sem eiga við stærðfræðierfiðleika að stríða. Með því að ákveða hvar viðmið eru sett má finna þann hóp nemenda sem versta stöðu hefur í stærðfræði.

## Framkvæmd

Tilgangurinn með prófuninni er að finna þá nemendur sem eru líklegir til að þurfa stuðning í stærðfræði. Prófunin fór þannig fram að prófþátturinn *reikningur og aðgerðir* var lagður fyrir alla nemendur í hópprófi. Þeir nemendur sem fengu mælitöluna 9 eða lægri tóku einnig prófþáttinn *tölur* sem er einstaklingspróf. Þeir nemendur sem fengu mælitöluna 9 eða lægri í *tölum* tóku hina fimm prófþætti Talnalykils sem einstaklingspróf.

Hópprófið var lagt fyrir í kennslustund undir stjórn bekkjarkennara og deildarstjóra sérkennslu. Einstaklingspróf voru í flestum skólum lögð fyrir af sérkennara í samstarfi við bekkjarkennara. Niðurstöður einstakra prófþátta fyrir hvern nemanda voru sendar á þar til gerðu eyðublaði til Menntasviðs Reykjavíkurborgar. Niðurstöður voru sendar án þess að nafn nemanda kæmi fram.

## Úrvinnsla

Í þessari skýrslu er gerð grein fyrir niðurstöðum skólanna 19 sem tóku þátt í stærðfræðiskimun í nóvember 2005 og samanburður við skimunina í nóvember 2003. Unnið var úr niðurstöðum hvers skóla í einstökum prófþáttum. Stig hvers nemanda voru lögð saman í hverjum prófþætti fyrir sig og þeim breytt í mælitölur. Ekki er gerður samanburður við könnunina í febrúar 2005 vegna þess að tími fyrir lagnar var ekki sá sami.

Fyrir þá nemendur sem tóku alla prófhlutana var reiknuð heildartala<sup>4</sup>. Eftir því sem heildartala er lægri og frammistaða nemanda þar með lakari eru meiri líkur á því að nemandi þurfi sérstaka aðstoð umfram aðra nemendur. Miðað er við að nemandi með 70 eða lægra í heildartölu (um 5% árið 2005 og 2% árið 2003) þurfi nær örugglega mikla aðstoð. Nemandi sem er með heildartölu á milli 70 og 85 (um 51% árið 2005 og 15% árið 2003) er líklegur til að þurfa aðstoð. Því lakari sem frammistaðan er, því sennilegra er að nemandinn þurfi á aðstoð að halda. Nemandi sem er með yfir 85 í heildartölu ætti ekki að þurfa sérstaka aðstoð, þótt alltaf séu einhver tilvik þar sem slíkt er nauðsynlegt.

Tölfræðileg greining í þessari stærðfræðiskimun byggist fyrst og fremst á samanburði meðaltala milli skóla og hvers skóla við heildarmeðaltal<sup>5</sup>. Vikmörk voru reiknuð til að hægt væri að segja með 95% vissu á hvaða bili mælitölur nemenda væru í hverjum skóla eða prófþætti. Vikmörk eru sett inn með meðaltölum á þær myndir sem við á og táknúð með grárrí lóðréttri línu.

---

<sup>4</sup> Til að finna heildartölu voru mælitölur allra prófþátta lagðar saman og summunni breytt í heildartölu samkvæmt stöðlun höfunda (Viðauki B). Heildartalan er normaldreifð þar sem meðaltal er 100 og staðalfrávik 15 sem þýðir að um 2/3 nemenda eru með heildartölu á bilinu 85 til 115 (Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson, 1998b).

<sup>5</sup> Munur á milli meðaltala skóla var skoðaður með dreifigreiningu (analysis of variance) sem er próf til að athuga hvort marktækur munur sé á meðaltölum hópa.

Dreifing mælitanna var skoðuð í hverjum prófþætti fyrir sig og sett upp í mynd og sést þá normaldreifing mælitanna vel.

Heildartala var reiknuð fyrir þá nemendur sem fóru í gegnum allt prófið og meðalheildartölur bornar saman á milli skóla.

Lögð skal áhersla á að *reikningur og aðgerðir* er eini prófþátturinn sem allur nemendahópurinn tók en um 17% tók að auki prófþáttinn *tölur*. Árangur í öðrum prófþáttum verður að skoða með hliðsjón af því að þar er miðað við hópinn sem hvorki nær viðmiði í hópprófinu né í prófþættinum *tölur* en það voru um 18% nemendanna. Árið 2003 tóku 19% nemenda prófþáttinn *tölur* og 10% alla prófþætti.

Markmið þessarar úrvinnslu er að finna þá nemendur sem standa illa í stærðfræðinámi. Í niðurstöðukafla er gerð grein fyrir árangri nemenda.

## Niðurstöður

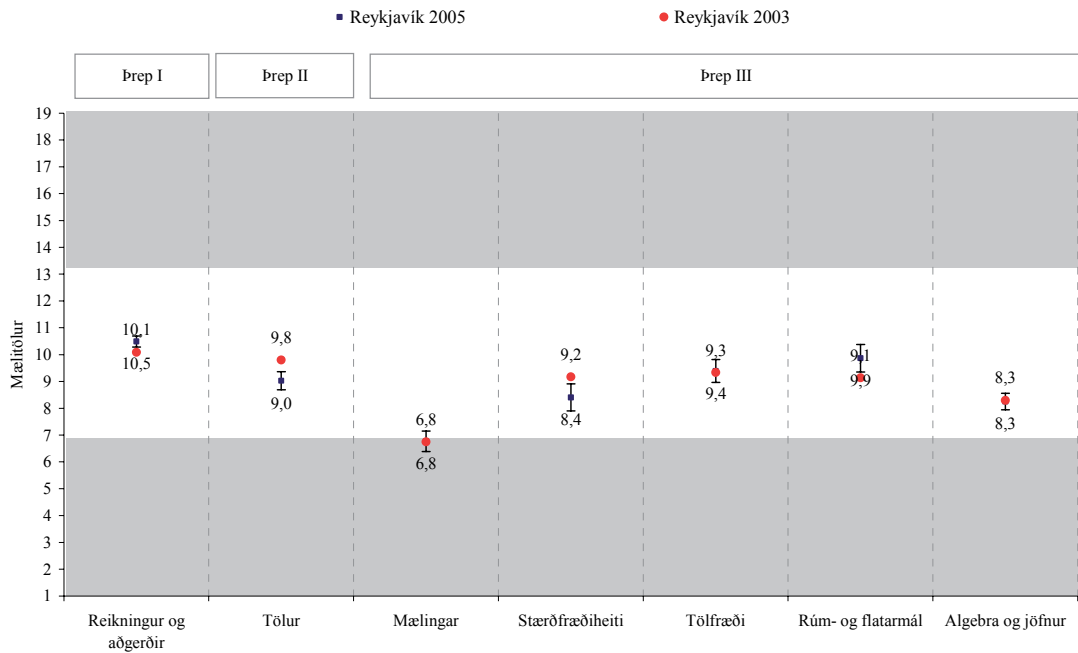
Í töflu 2 kemur fram fjöldi nemenda sem tók þátt í stærðfræðiskimuninni eftir skólum, flestir voru í skóla 9 eða 78 nemendur og fæstir í skóla 20 eða 17 nemendur. Alls tóku 689 nemendur þátt. Tafla 2 sýnir einnig hve hátt hlutfall nemenda fór í gegnum hvert þrep eftir skólum, en mismunandi var eftir skólum hvort nemendur þurftu að fara í gegnum öll þrjú þrepin eða hvort þeir þurftu aðeins að fara í gegnum þrep I eða í gegnum þrep I og II. Til dæmis þurfti enginn nemandi í skóla 14 að fara í gegnum allt skimunarprófið. Í skóla 5 þurftu um 44% nemenda að fara í gegnum öll þrjú þrep skimunarprófsins og í skóla 9 þurftu allir að fara í gegnum prófhluta II.

Tafla 2. Fjöldi nemenda eftir skólum og hlutfall nemenda sem fór í gegnum hvert þrep

Skóli	Heildarfjöldi	Hlutfall nemenda sem tók bara prófhluta I	Hlutfall nemenda sem tók bara prófhluta I og II	Hlutfall nemenda sem tók alla þrjú prófhlutana
Skóli 1	34	67,6%	17,6%	14,7%
Skóli 2	34	76,5%	5,9%	17,6%
Skóli 3	21	60,0%	16,0%	24,0%
Skóli 4	25	70,5%	17,9%	11,5%
Skóli 5	36	44,4%	11,1%	44,4%
Skóli 6	23	47,8%	26,1%	26,1%
Skóli 7	65	76,9%	10,3%	12,8%
Skóli 9	78	0,0%	74,1%	25,9%
Skóli 10	27	76,9%	9,2%	13,8%
Skóli 11	39	61,9%	19,0%	19,0%
Skóli 13	33	57,6%	33,3%	9,1%
Skóli 14	39	91,7%	8,3%	0,0%
Skóli 15	36	64,6%	12,5%	22,9%
Skóli 16	19	66,7%	20,5%	12,8%
Skóli 17	28	89,5%	0,0%	10,5%
Skóli 18	48	60,7%	32,1%	7,1%
Skóli 19	41	78,0%	9,8%	12,2%
Skóli 20	17	52,9%	17,6%	29,4%
Skóli 21	46	54,3%	13,0%	32,6%
<b>Samtals</b>	689	65,0%	17,4%	17,6%

Varasamt er að túlka töflu 2 sem upplýsingar um misgóðan árangur skóla. Fjöldi nemenda sem fór í gegnum öll þrjú skimunarþrepin segir ekki til um hversu margir nemendur eru líklegir til að þurfa á stuðningi eða nánari athugun að halda. Heildarútkoma eða heildartala úr skimunarþrepunum þremur segir til um það. Sjá frekari umfjöllun á bls. 28.

Á mynd 1 má sjá meðalmælitölur í hverjum prófþætti. Athygli vekur að prófþátturinn *mælingar* sker sig úr og er eini þátturinn sem er í neðri mörkum miðað við stöðlun prófsins. Í þessu samhengi er rétt að minna á að ekki tóku allir nemendur prófþáttinn *mælingar*. Eini prófþátturinn sem allir nemendur tóku var *reikningur og aðgerðir*, um 17% nemenda tóku prófþáttinn *tölur* og aðrir prófþættir (*mælingar*, *stærðfræðiheiti*, *tölfræði*, *rúm- og flatarmál*, og *algebra og jöfnur*) voru lagðir fyrir um 18% nemenda.

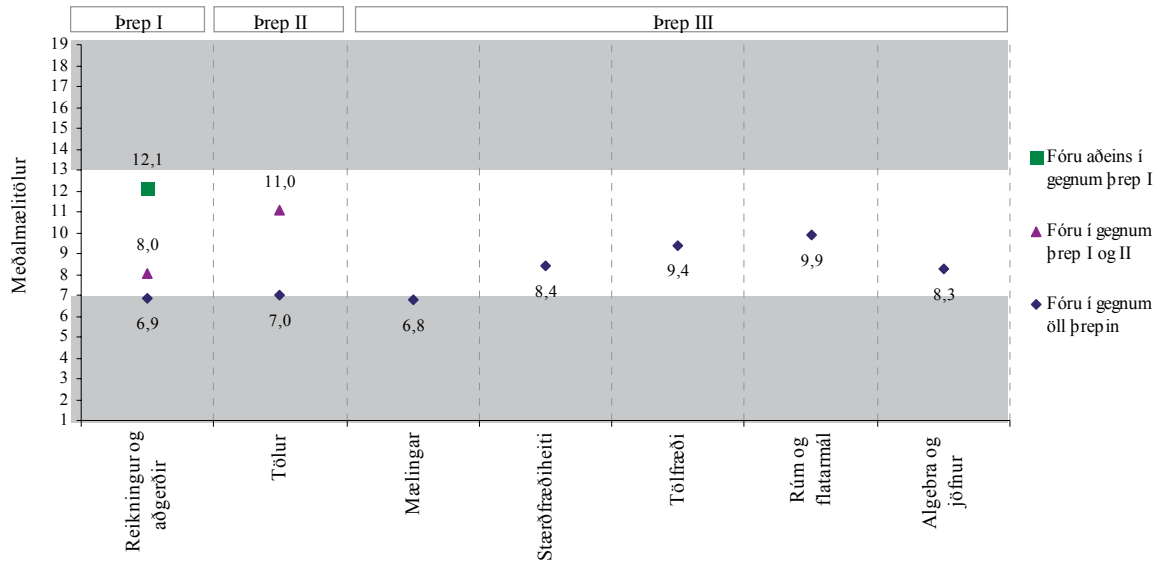


Mynd 1. Meðalmælitölur í hverju þrepi<sup>(6,7)</sup>

<sup>6</sup> Vikmörk eru sett inn með meðaltölum fyrir árið 2005 og táknuð með grárrí lóðréttri línu. Vikmörkin sýna á hvaða bili meðaltalið liggur og því lengri línur því meiri dreifing á svörum nemenda. Ef vikmörk skarast er ekki marktækur munur á þeim meðaltölum.

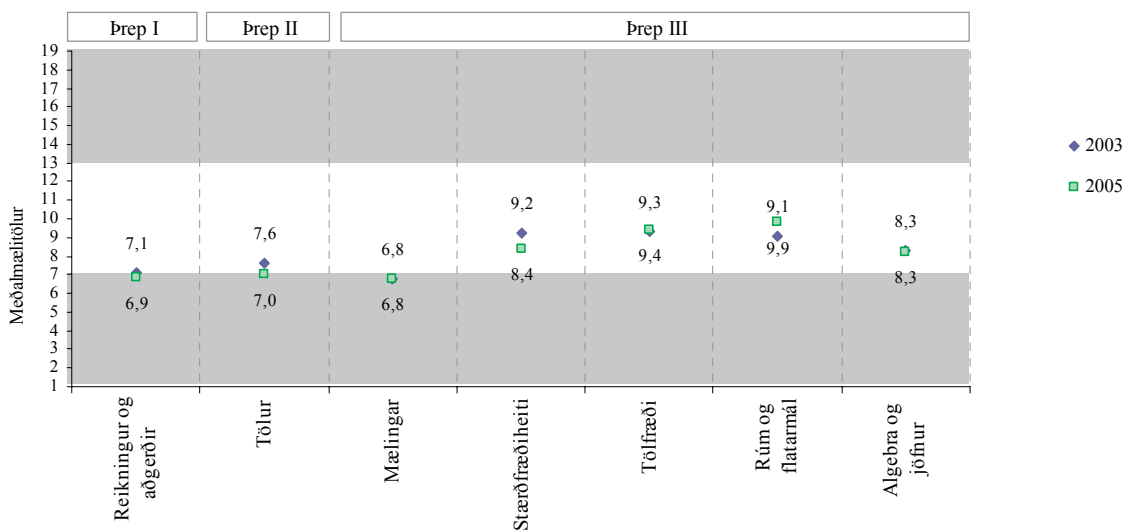
<sup>7</sup> Hvíta bilið á myndinni milli mælitölu 7 og 13 táknar meðaltal og eitt staðalfrávik frá því. Það þýðir að um 2/3 nemenda ættu að vera á þessu bili.

Eins og sést á mynd 2 voru þeir nemendur sem aðeins fóru í gegnum þrep I eða prófþáttinn *reikningur og aðgerðir* með mun hærra meðalskor en þeir nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II eða með meðalmælitöluna 12,1. Nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II voru með 8,0 og nemendur sem fóru í gegnum þrep I, II og III voru með 6,9. Nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II voru með meðalskorið 11,0 í prófþættinum *tölur* en nemendur sem fóru í gegnum öll þrepin voru með meðalmælitöluna 7,0 í prófþættinum *tölur*.



Mynd 2. Meðalmælitölur á hverjum prófþætti eftir því hvaða prófhluta nemendur luku

Þetta er nokkuð svipuð niðurstaða og 2003 þegar nemendur sem fóru aðeins í gegnum þrep I fengu 11,8 að meðaltali í þættinum *reikningur og aðgerðir* og nemendur sem fóru í gegnum þrep I og II fengu þá 7,9 í sama prófþætti en 11,6 í *tölur*. Á mynd 3 má svo sjá mun milli ára hjá þeim nemendum sem fóru í gegnum öll þrepin.



Mynd 3. Meðalmælitölur á hverjum prófþætti 2003 og 2005 - öll þrepin í Talnalykli

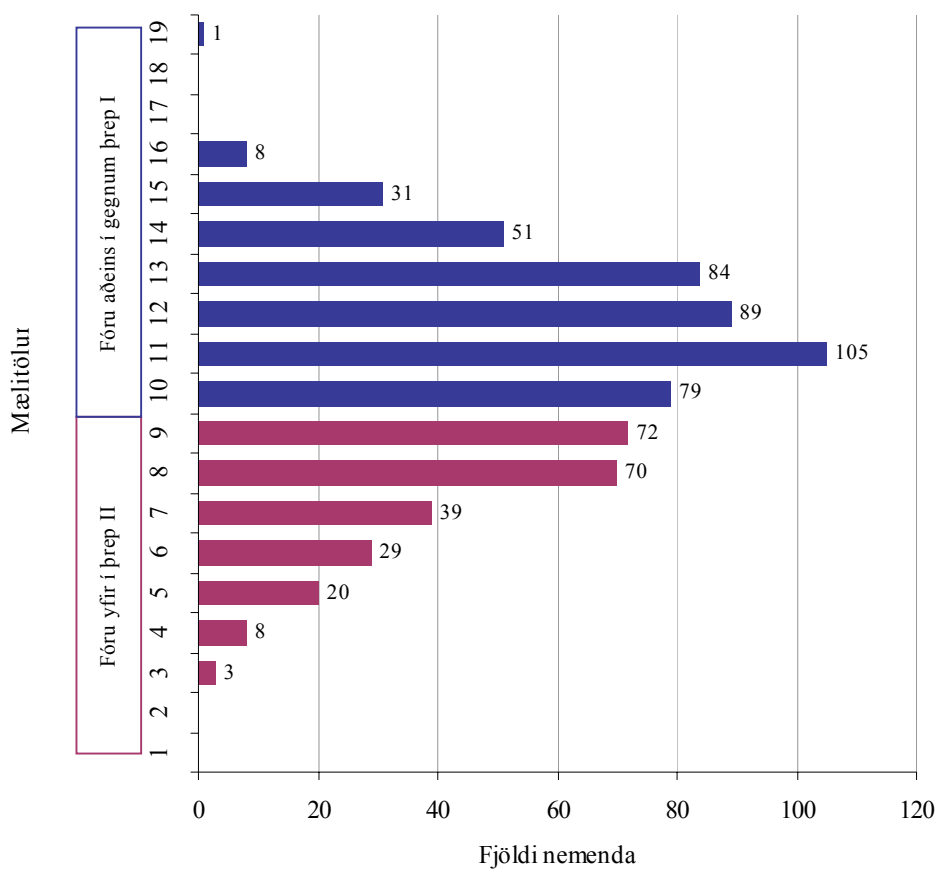
Í töflu 3 má sjá hversu margir nemendur luku hverjum prófþætti fyrir sig eftir kyni og hvaða mælitölu þeir fengu að meðaltali út úr hverjum prófþætti. Hlutfallslega þurftu aðeins færri strákar en stelpur að fara í gegnum allt skimunarprófið eða 19% stelpna og 17% stráka. Um 37% strákanna fóru yfir í þrep II en um 35% stelpnanna.

**Tafla 3. Fjöldi nemenda sem fóru í gegnum hvern prófþátt eftir kyni**

		Heildar- fjöldi	Reikningur og aðgerðir	Tölur	Mælingar	Stærðfræði- heiti	Tölfræði	Rúm- og flatarmál	Algebra og jöfnur
<b>Strákar</b>	<b>Hlutfall</b>	<b>314</b>	<b>100%</b>	<b>37,3%</b>	<b>17,2%</b>	<b>17,2%</b>	<b>17,2%</b>	<b>17,2%</b>	<b>11,1%</b>
	Meðaltal		10,4	9,2	6,2	7,9	8,7	10,0	7,8
	Staðalfrávik		2,8	2,7	1,9	3,0	2,4	2,9	1,3
<b>Stelpur</b>	<b>Hlutfall</b>	<b>310</b>	<b>100%</b>	<b>35,2%</b>	<b>18,7%</b>	<b>18,7%</b>	<b>18,7%</b>	<b>18,7%</b>	<b>10,0%</b>
	Meðaltal		10,5	8,9	7,3	9,1	10,0	10,1	8,9
	Staðalfrávik		2,6	2,6	2,3	2,6	2,3	3,0	1,3
<b>Samtals</b>	<b>Hlutfall</b>	<b>624</b>	<b>100%</b>	<b>36,2%</b>	<b>17,9%</b>	<b>17,9%</b>	<b>17,9%</b>	<b>17,9%</b>	<b>10,6%</b>
	Meðaltal		10,4	9,1	6,8	8,5	9,4	10,0	8,3
	Staðalfrávik		2,7	2,6	2,2	2,8	2,4	2,9	1,4

## Þrep I: Reikningur og aðgerðir

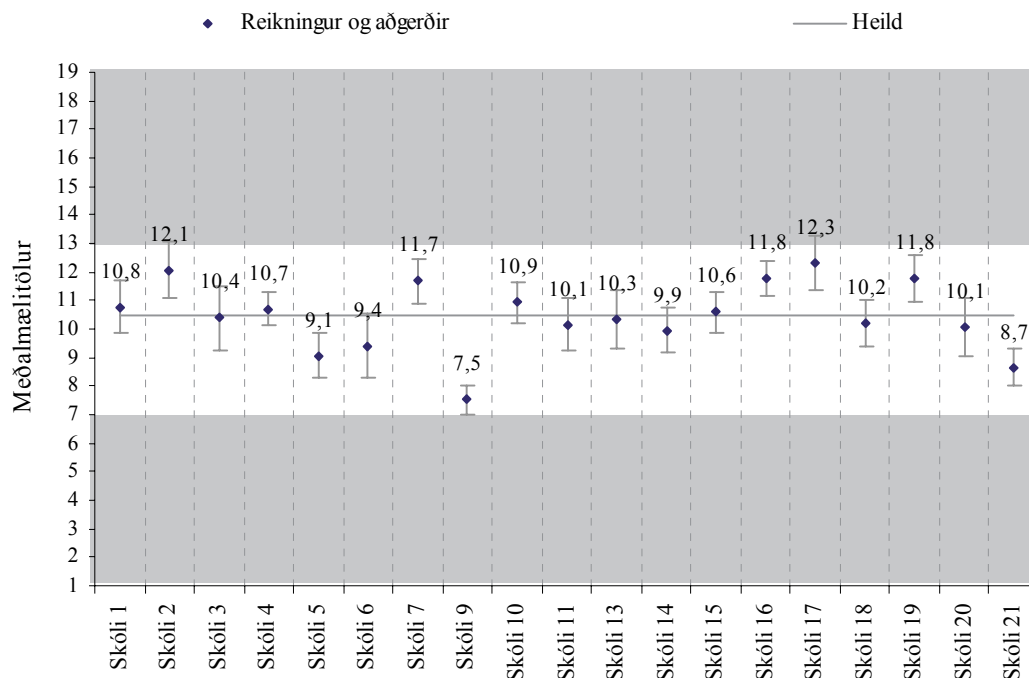
Allir nemendur fóru í gegnum þrep I, prófþáttinn *reikningur og aðgerðir*, 689 nemendur. Á mynd 4 má sjá hvernig árangur nemenda dreifðist. Um 65% nemenda fengu mælitöluna 10 eða hærri og þurftu því ekki að fara yfir í næsta þrep. Munur var á stelpum og stráka en um 63% stráka og um 65% stelpna þurftu ekki að fara yfir í þrep II. Þessi munur var þó ekki tölfræðilega marktækur. Árið 2003 fengu um það bil 59% nemenda mælitöluna 10 eða hærri en hlutfall stráka og stelpna var svipað. Þau 35% nemenda sem fengu mælitöluna 9 eða lægri fóru yfir í þrep II, prófþáttinn *tölur*.



Mynd 4. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *reikningur og aðgerðir*

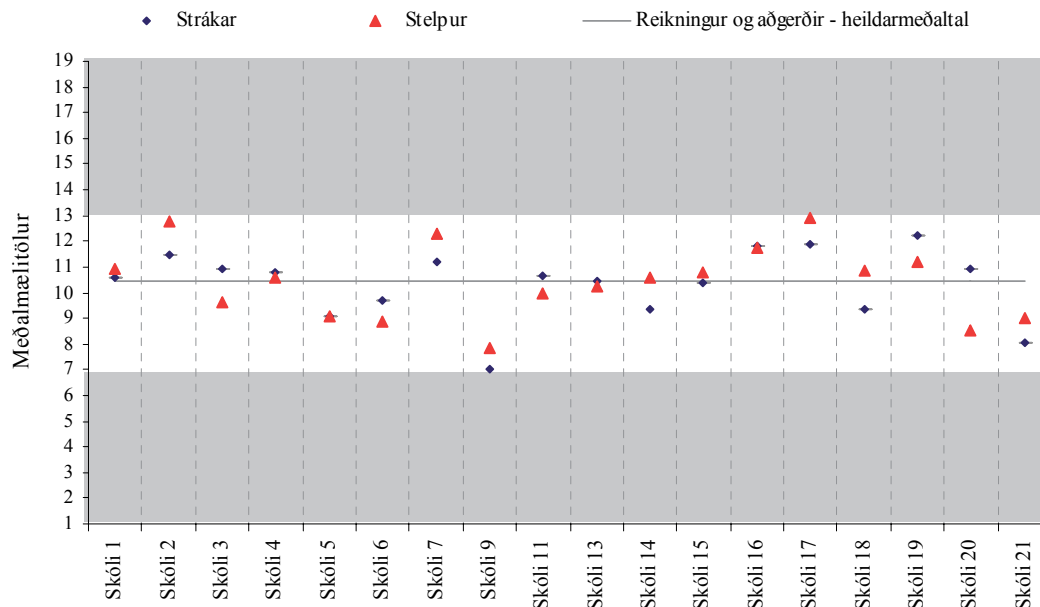
Þegar meðalskor skólanna er skoðað með dreifigreiningu sést að það er munur eftir skólum<sup>8</sup>. Við nánari athugun kemur þó í ljós að munurinn er ekki á milli allra skóla, t.d. var árangur nemenda í skóla 9 marktækt slakari en nemenda við fimm aðra skóla og í skóla 17 var árangurinn marktækt betri en í tveimur öðrum skólum. Skólar 2, 7, 16, 17 og 19 voru með mælitölu í kringum 12 sem er í góðu meðallagi. Í hinum skólunum var meðalskor milli 7,5 og 11 (mynd 5).

<sup>8</sup>  $F_{18}=7,561$  ;  $p \leq 0,001$



Mynd 5. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *reikningur og aðgerðir*

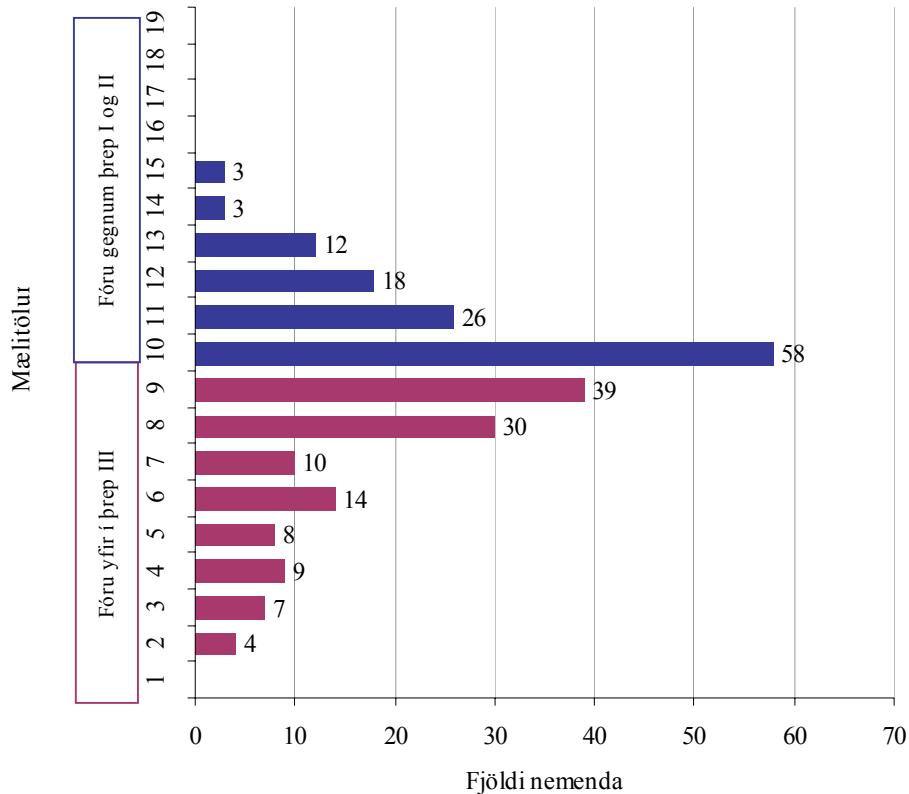
Á mynd 6 sést munur á meðaltölum stráka og stelpna í prófþættinum *reikningur og aðgerðir* eftir skólum. Í tíu skólum voru stelpur með hærra meðaltal en strákar voru með hærra meðaltal í sjö skólum. Í einum skóla var meðaltal stráka og stelpna jafnt. Í heildina var meðalmælitala jöfn milli kynja en hún var 10,3. Skóla 10 er sleppt þar sem prófblöð voru ekki merkt m.t.t. kyns.



Mynd 6. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *reikningur og aðgerðir* eftir kyni

## Þrep II: Tölur

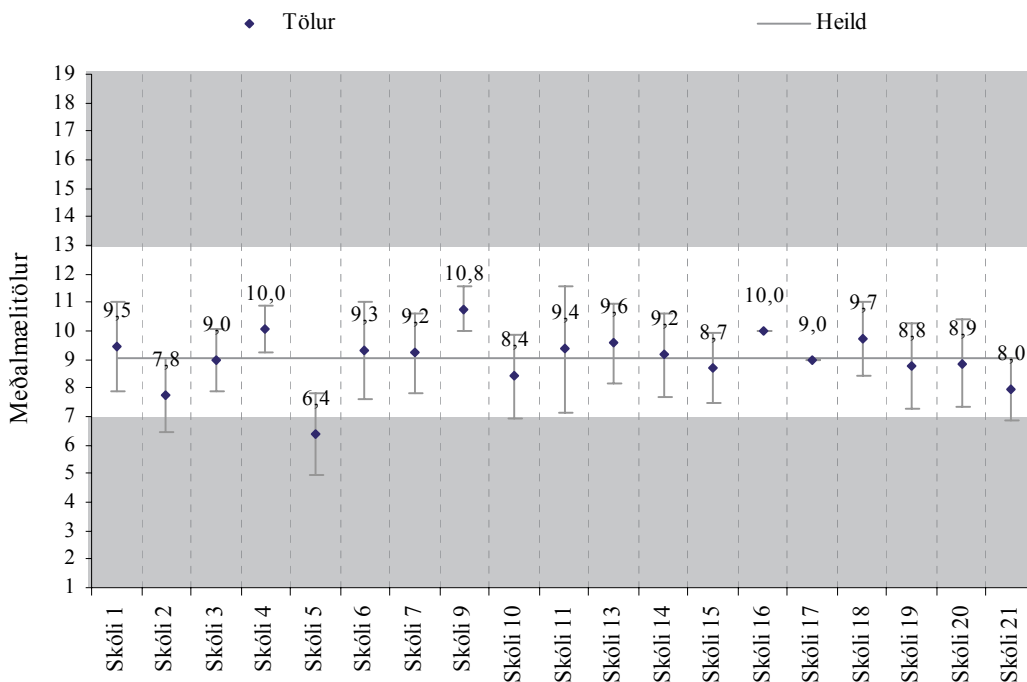
Um 35% nemenda fóru í gegnum þrep II, prófþáttinn *tölur* eða 241 nemandi. Á mynd 7 má sjá hvernig árangur nemenda dreifðist. Um 50% þessara nemenda fengu mælitöluna 10 eða hærrí og þurftu því ekki að fara yfir í prófhluta III. Þau 50% nemenda sem fengu mælitöluna 9 eða lægri fóru yfir í þrep III sem samanstendur af 5 prófþáttum: *mælingum, tölfræði, stærðfræðiheitum, rúm- og flatarmáli og algebru*.



Mynd 7. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *tölur*

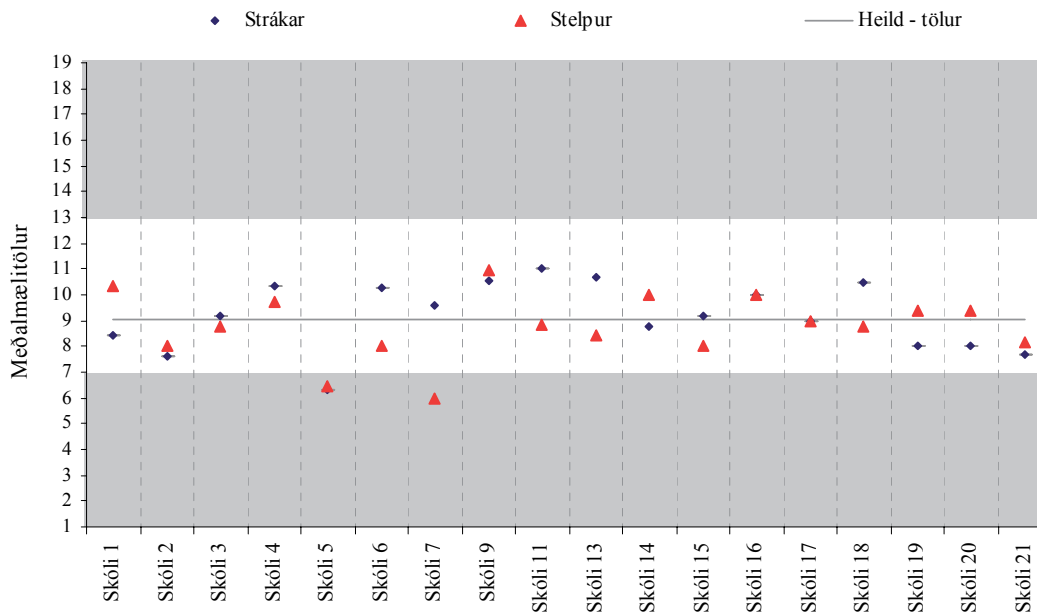
Marktækur munur<sup>9</sup> er á tveimur skólum í prófþættinum *tölum* og er munur á meðalskóri skóla 5 og skóla 9, ekki er munur milli annarra skóla. Meðalskor skólanna í *tölum* var 9,0, lægst var það 6,4 og hæst 10,8 (mynd 8). Vikmörkin er misjöfn milli skólanna, bæði vegna mismunandi dreifingar og einnig vegna þess að mismargir nemendur standa að baki meðaltalstölum.

<sup>9</sup>  $F_{18} = 2,729$  ;  $p \leq 0,001$



Mynd 8. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *tölur*

Á mynd 9 má sjá mun á meðaltölum stelpna og stráka í prófþættinum *tölur* eftir skólum. Meðalmælitala stráka var 9,2 og stelpna var 8,9. Strákar voru með hærri mælitölu að meðaltali í 8 skólum en stelpur í 7 skólum en jafnháa í þremur.

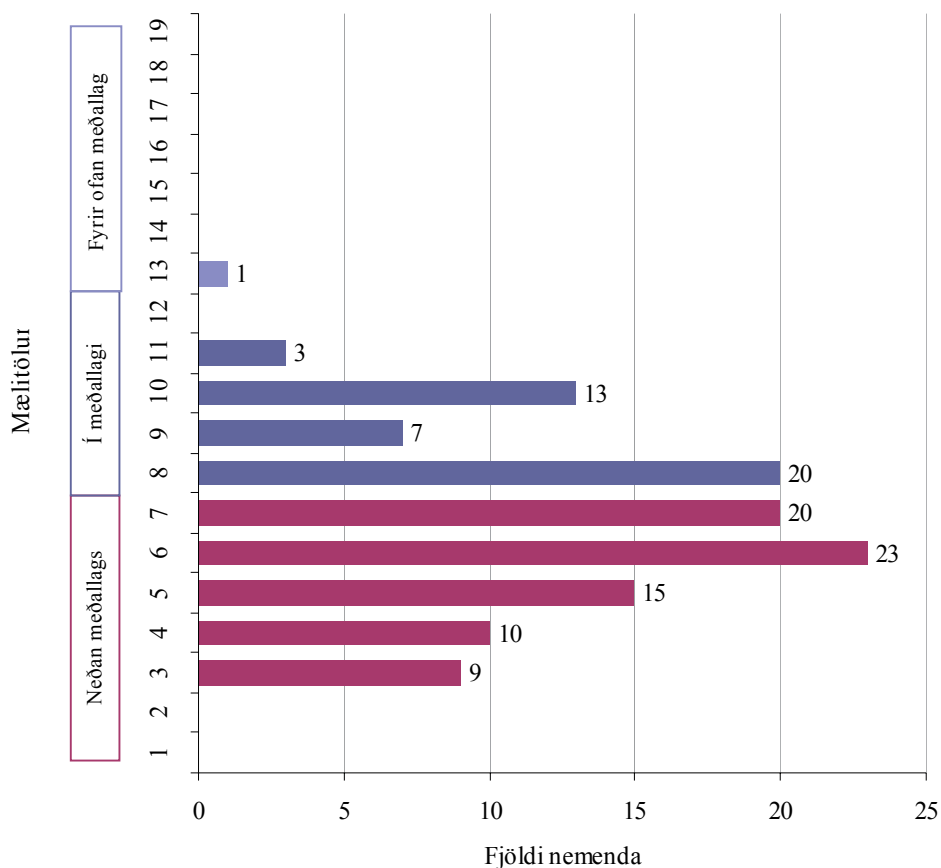


Mynd 9. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *tölur* eftir kyni

## Þrep III: Mælingar, stærðfræðiheiti, tölfræði, rúm- og flatarmál, algebra og jöfnur

Tæp 18% nemenda fóru í gegnum þrep III eða 121 nemandi.

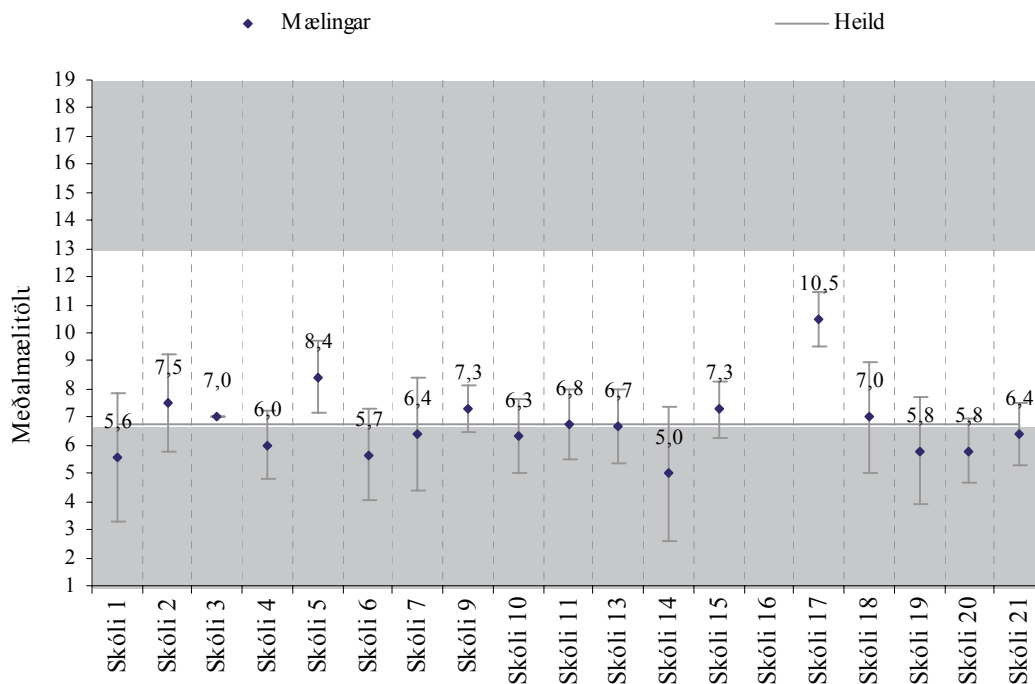
Á mynd 10 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu á prófþættinum *mælingar*. Meðalmælitala nemenda var lægst á þessum prófþætti eða 6,8. Töluverður munur er á meðalmælitölum einstakra skóla. Vegna þess hve fáir nemendur eru að baki mælingunni er þó ekki hægt að fullyrða um marktækan mun milli skóla í þrepi þrjú.



Mynd 10. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *mælingar*

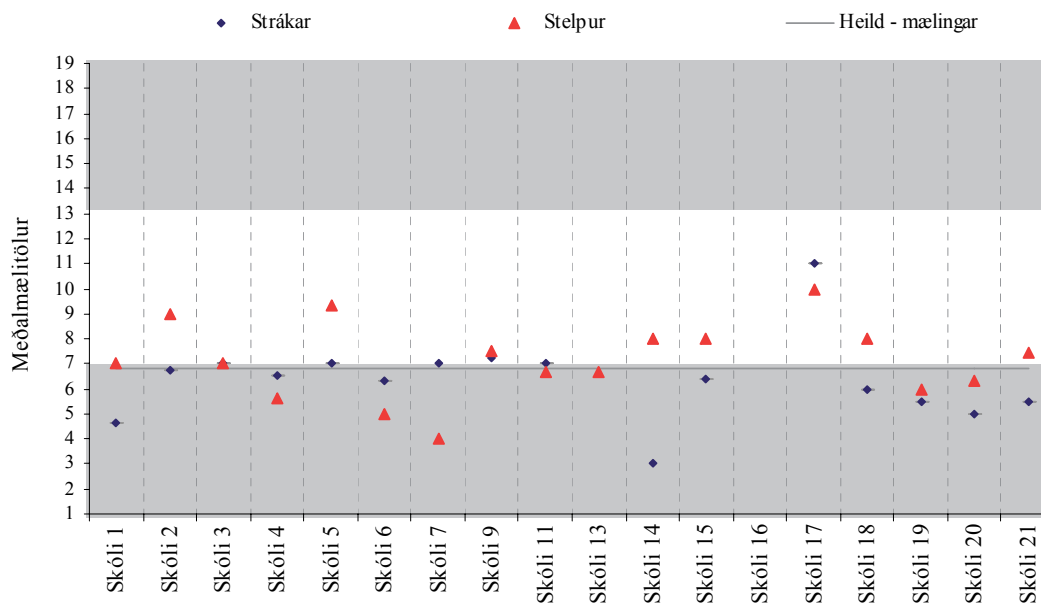
Meðalmælitala nemenda árið 2003 var sú sama og nú eða 6,8. Þá voru um 65% nemenda í þrepi III fyrir neðan meðallag en nú voru það 63%.

Á mynd 11 má sjá hvaða meðalmælitölu skólarnir fengu. Hæsta meðaltal skóla var 10,5 í skóla 17 en það lægsta 5,0 í skóla 14.



Mynd 11. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *mælingar*

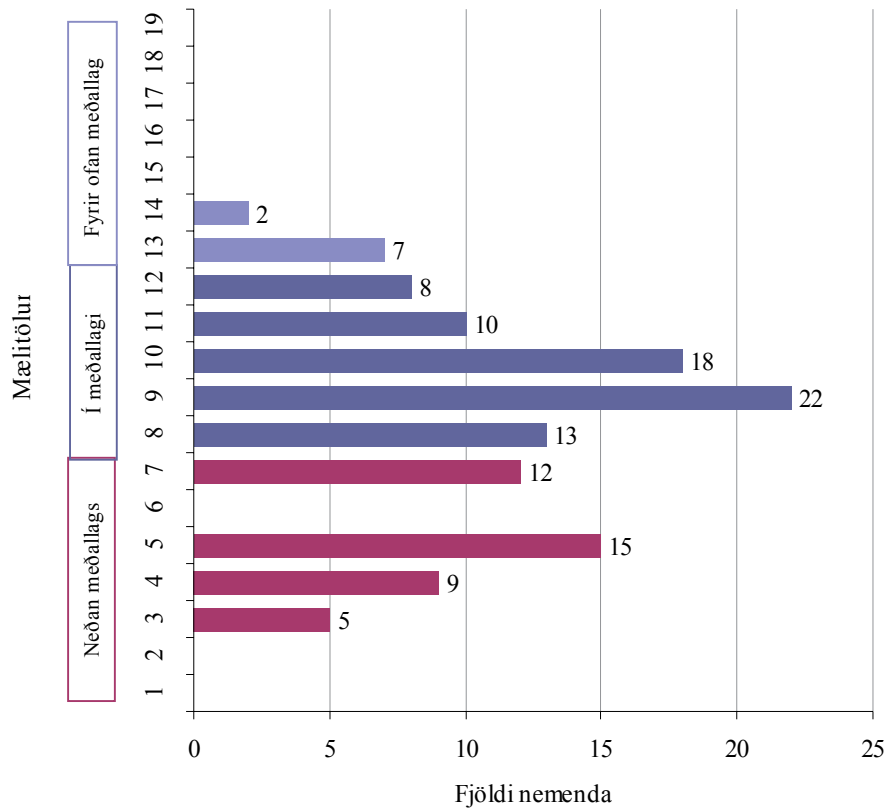
Á mynd 12 sést munur á meðaltölum stelpna og stráka í prófþættinum *mælingar* eftir skólum. Mismunandi var eftir skólum hvort strákar eða stelpur voru með hærra meðalskor þó svo að stelpur væru með marktækt<sup>10</sup> hærra skor eða 7,4 á meðan strákar voru með um 6,2.



Mynd 12. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *mælingar* eftir kyni

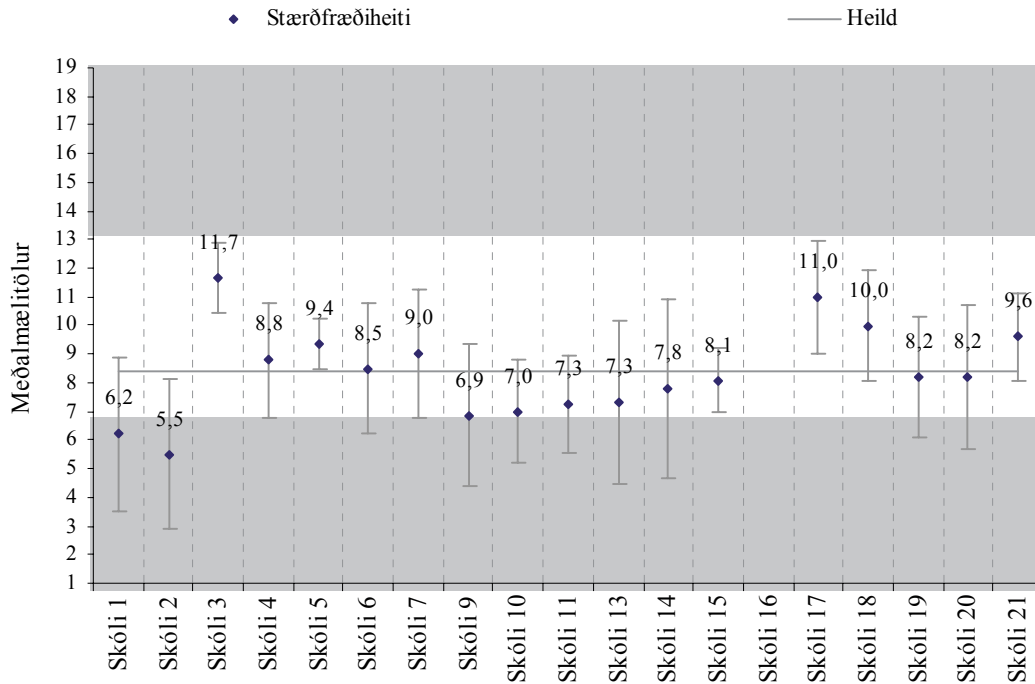
<sup>10</sup>  $t(110)=-2,811, p<0,05$ .

Á mynd 13 má sjá hvernig dreifing nemenda var eftir árangri þeirra í prófþættinum *stærðfræðiheiti*. Um 66% var með getu í eða yfir meðallagi (mælitölu á bilinu 8-12) en um 34% nemenda voru undir meðallagi.



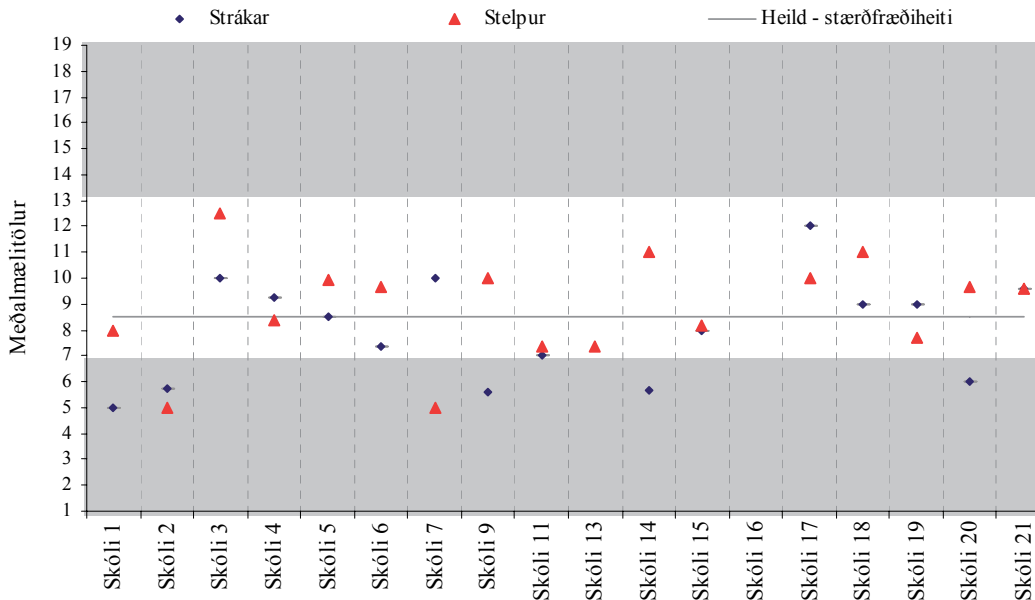
Mynd 13. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *stærðfræðiheiti*

Þegar meðalskor í *stærðfræðiheitum* var skoðað með dreifigreiningu reyndist ekki vera marktækur munur eftir skólum (mynd 14). Lægsta meðalmælitölin hjá skólunum var 5,5 en sú hæsta 11,7.



Mynd 14. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *stærðfræðiheitum*

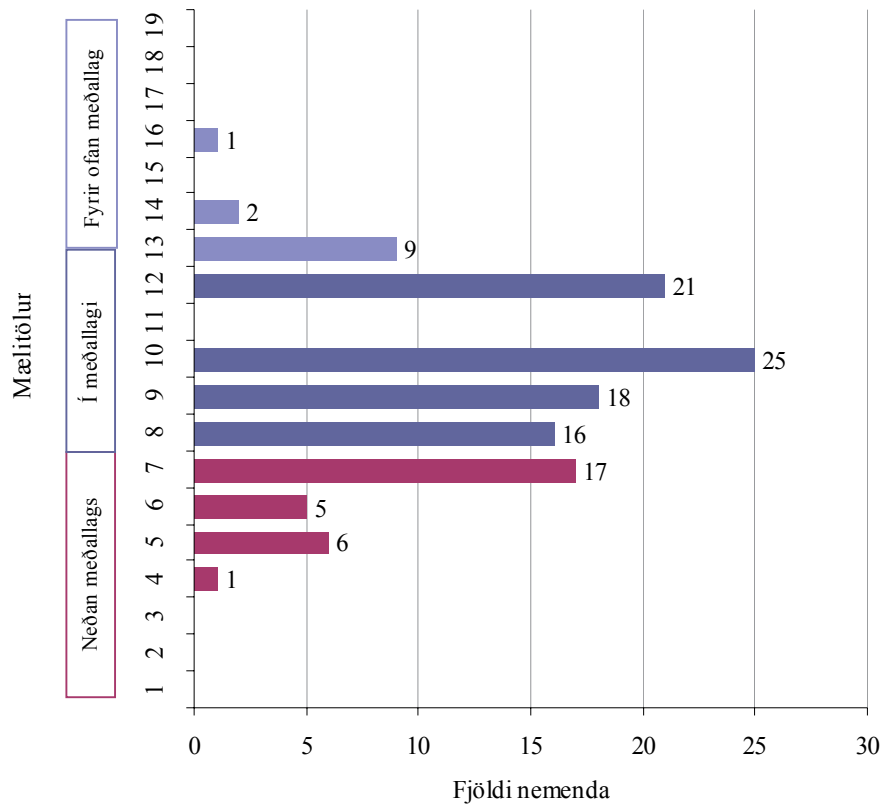
Á mynd 15 sést munur á meðaltölum stelpna og stráka eftir skólum í prófþættinum *stærðfræðiheitum*. Meðalmælitöla stelpna var 9,1 og marktækt hærri<sup>11</sup> en hjá strákum sem voru með um 8,0.



Mynd 15. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *stærðfræðiheitum* eftir kyni

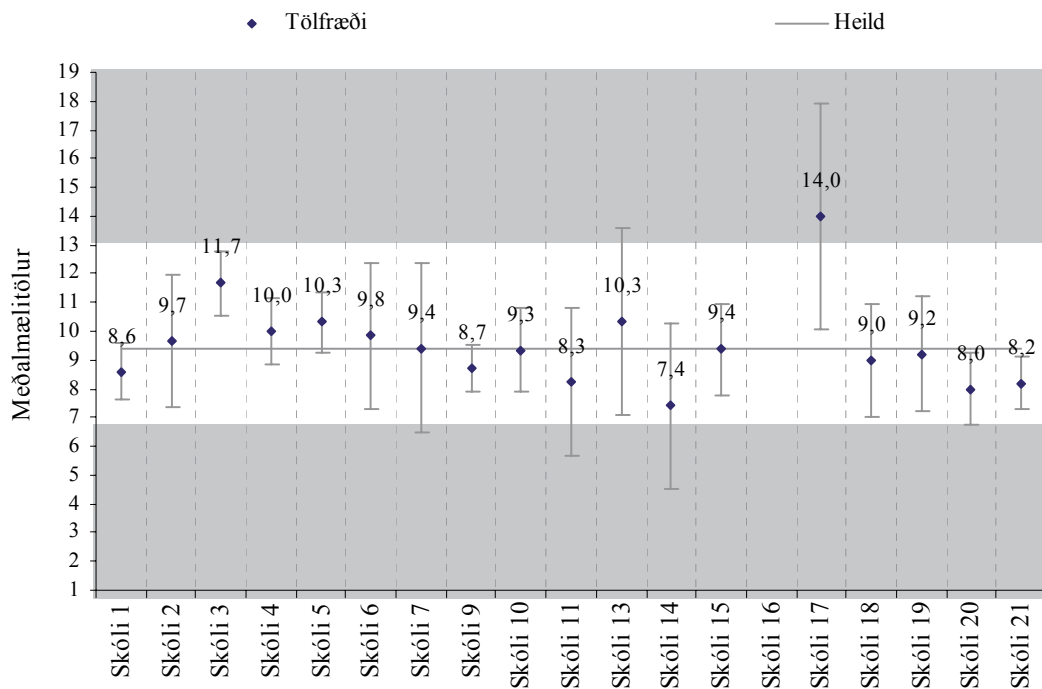
<sup>11</sup>  $t(110)=-2,188, p<0,05$ .

Á mynd 16 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu á prófþættinum *tölfræði*. Um 76% var með getu í eða yfir meðallagi (mælitala á bilinu 8-12) en um 24% nemenda voru undir meðallagi.



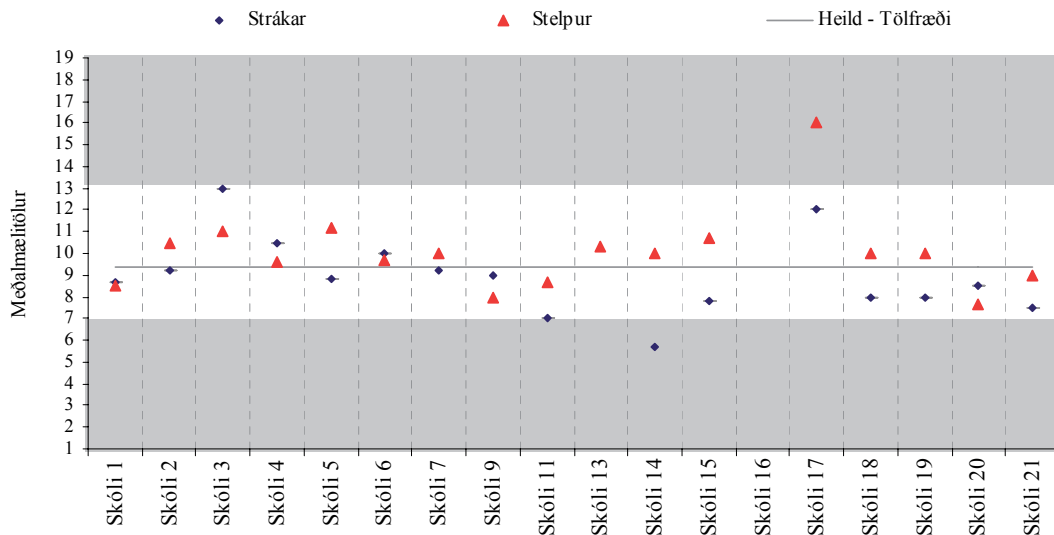
Mynd 16. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *tölfræði*

Þegar meðalskor í *tölfræði* er skoðað með dreifigreiningu kom í ljós að það var ekki marktækur munur milli skóla (mynd 17).



Mynd 17. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *tölfræði*

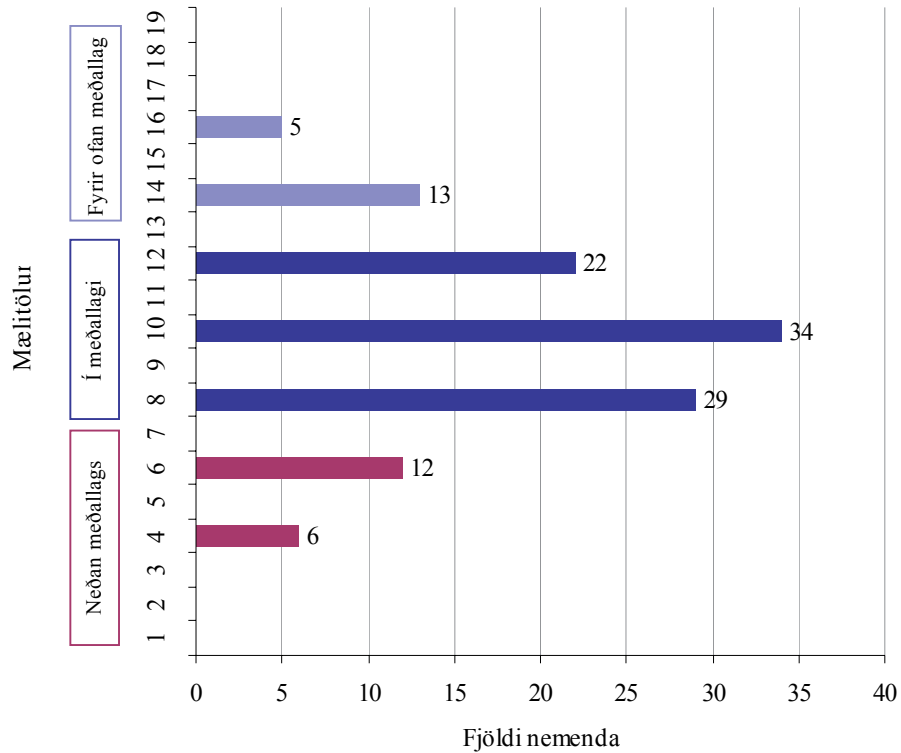
Á mynd 18 sést að munur er á meðaltölum stelpna og stráka í prófþættinum *tölfræði* eftir skólum en það var mismunandi eftir skólum hvort strákar eða stelpur voru með hærri meðalskor. Að meðaltali voru strákar með mælitöluna 8,7 en stelpur með marktækt hærri meðaltölu<sup>12</sup> eða 10.



Mynd 18. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *tölfræði* eftir kyni

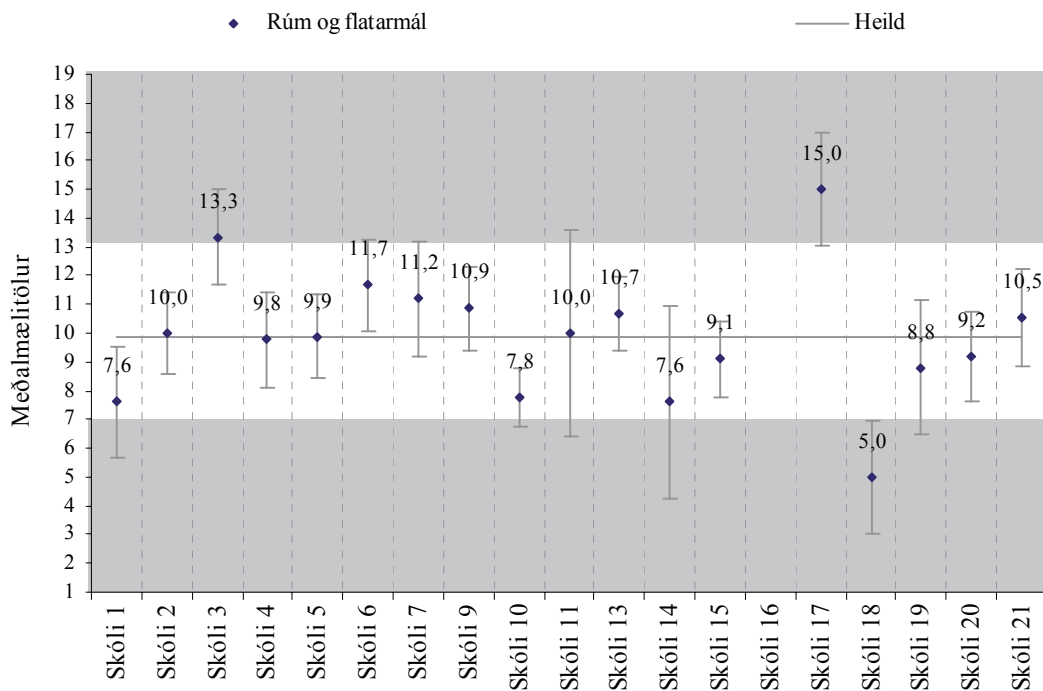
<sup>12</sup>  $t(110)=-2,841, p<0,05$ .

Á mynd 19 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu í prófþættinum *rúm- og flatarmál*.



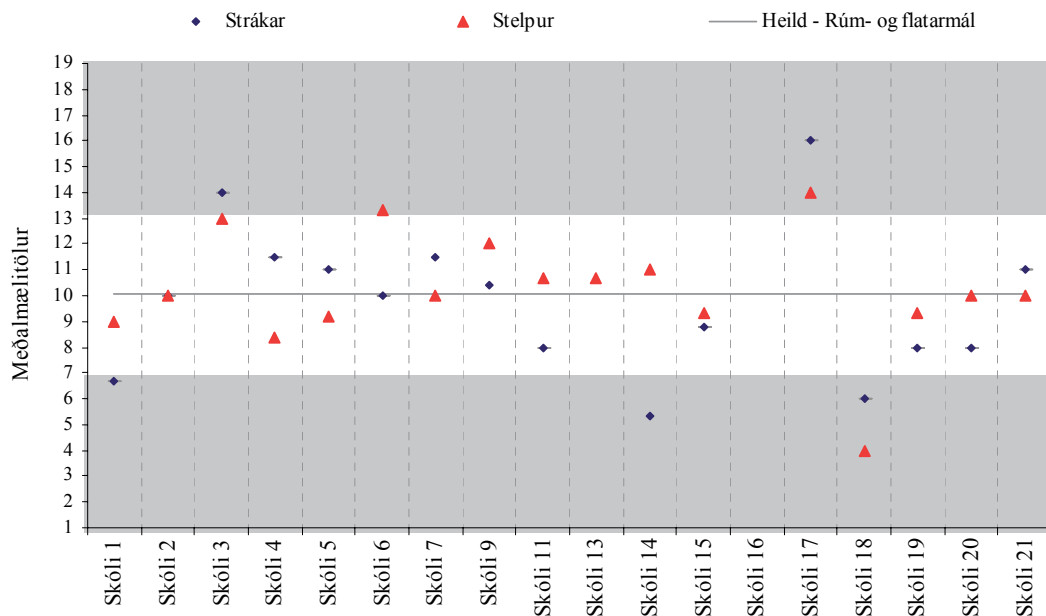
Mynd 19. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *rúm- og flatarmál*

Á mynd 20 má sjá að skóli 17 var lægstur og skóli 18 hæstur en ekki er hægt að tala um marktækan mun þó vikmörkin skarist ekki þar sem svo fáir nemendur eru í hverjum hópi.



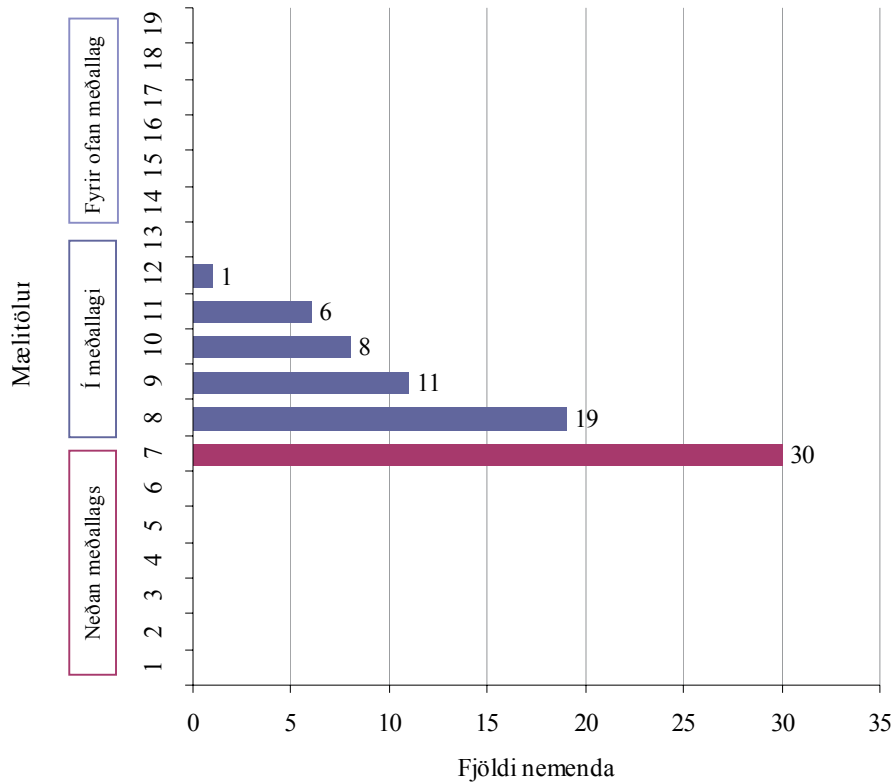
Mynd 20. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *rúm- og flatarmál*

Á mynd 21 sést að munur er á meðaltali stelpna og stráka eftir skólum í prófþættinum *rúm- og flatarmál* en það var mjög misjafnt eftir skólum hvort strákar eða stelpur voru með hærri meðalmælitölu. Að meðaltali voru strákar með örlítið lægri meðalmælitölu eða 9,7 á móti 10,1 hjá stelpum.



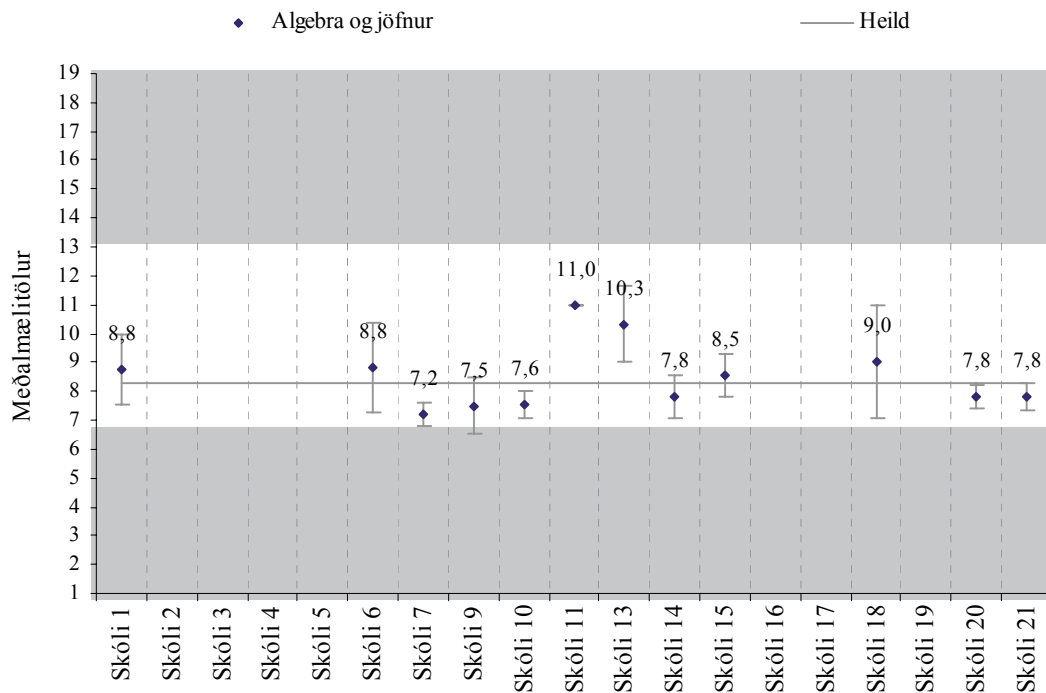
Mynd 21. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *rúm- og flatarmál* eftir kyni

Á mynd 22 má sjá dreifingu nemenda eftir því hvaða mælitölu þeir fengu í prófþættinum *algebra og jöfnur*. Þetta var síðasti prófþáttur í þrepi III. Flestir nemendur voru með mælitöluna 7 eða 30 nemendur. Árið 2003 voru flestir nemendur með mælitöluna 7 eða 35 nemendur.



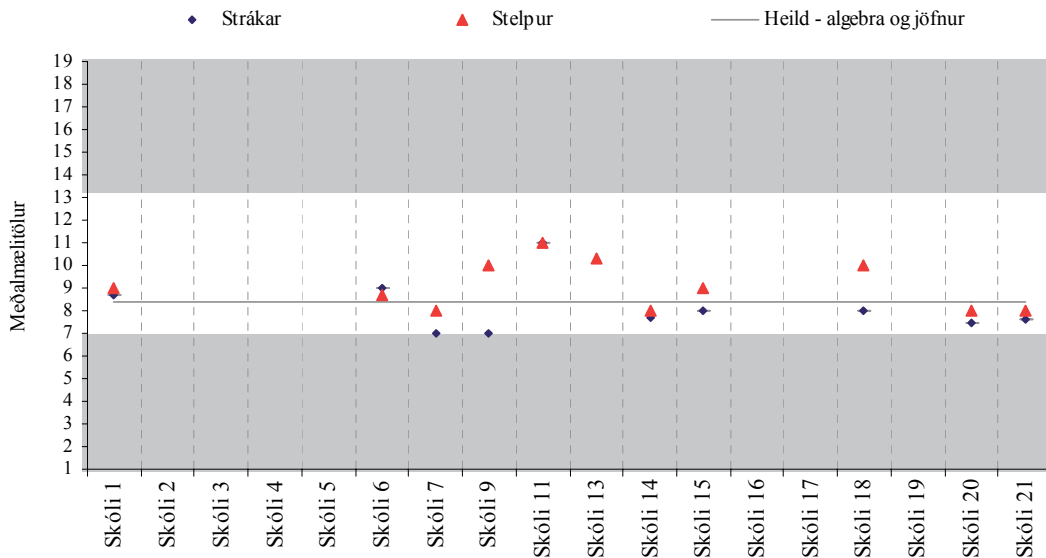
**Mynd 22. Fjöldi nemenda eftir mælitölu á prófþættinum *algebra og jöfnur***

Á mynd 23 má sjá meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *algebra og jöfnur*. Þessi prófþáttur var lagður fyrir mun færri nemendur eða 75.



Mynd 23. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *algebra og jöfnur*

Á mynd 24 sést að ekki var mikill munur á meðaltali stelpna og stráka á prófþættinum *algebra og jöfnur*. Meðalmælitala hjá stelpum var marktækt<sup>13</sup> hærri en hjá strákum eða 8,9 á móti 7,8 hjá strákum.



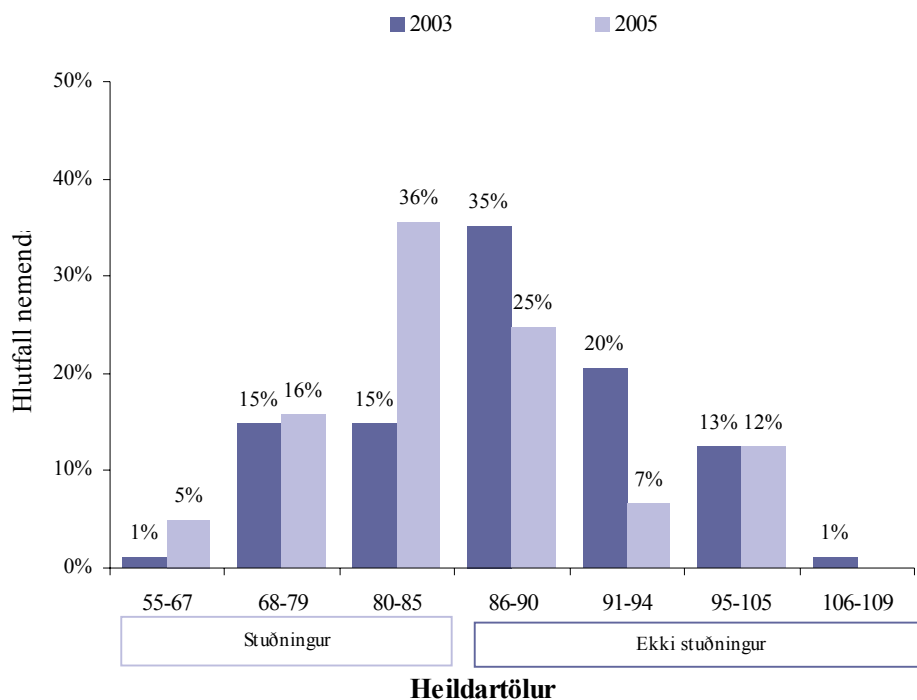
Mynd 24. Meðaltal einstakra skóla á prófþættinum *algebra og jöfnur* eftir kyni

<sup>13</sup>  $t(64)=-3,441, p<0,05$ .

## Nemendur sem þurfa sérstakan stuðning

Eftir að heildartala hafði verið reiknuð fyrir nemendur sem fóru í gegnum öll þrjú þrepin var hægt að sjá hvaða nemendur eru líklegir til að þurfa stuðning í stærðfræði eða þurfa nánari athugun. Miðað var við að nemendur sem fengu heildartöluna 85 eða lægri væru líklegir til að þurfa á sérstökum stuðningi að halda í stærðfræði. Eins og sjá má á mynd 25 þá voru 56% nemenda sem fóru gegnum alla þrjú prófhlyta undir þessu viðmiði árið 2005 en 31% árið 2003. Að þessu sinni teljast nú um 10% alls nemendahópsins vera líklegir til að þurfa stuðning í stærðfræði eða þurfa nánari athugunar við. Árið 2003 voru það um 6% nemenda. Bent skal á það að færri skólar eða 12 og færri nemendur eða 494 tóku prófið 2003.

Samkvæmt stöðlun prófsins ætti um það bil helmingur hópsins sem fer í gegnum öll þrep skimunarinnar að vera með 85 eða lægra í heildartölu og um 12,6% af öllum nemendahópnum (allir nemendur sem tóku þátt í skimuninni meðtaldir). Hér er það um 57% hópsins sem fer í gegnum þriðja þrep skimunarinnar og 10% af öllum nemendahópnum sem teljast líklegir til að þurfa stuðning.

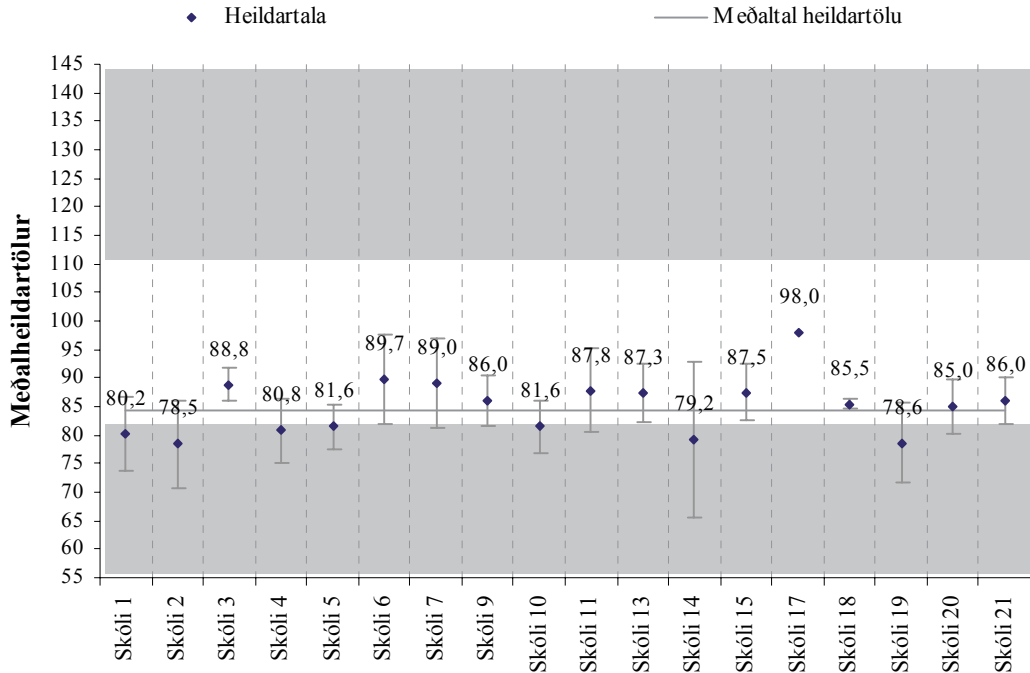


Mynd 25. Hlutfall nemenda sem fór í gegnum öll þrjú þrep skimunarinnar eftir heildartölu

Heildartala var reiknuð fyrir alls 121 nemanda, 58 stelpur og 54<sup>14</sup> stráka. Fleiri strákar voru meðal þeirra nemenda sem fengu 85 eða lægra út úr prófinu eða 33 á móti 28 stelpum.

<sup>14</sup> Ekki var merkt við kyn hjá 9 nemendum.

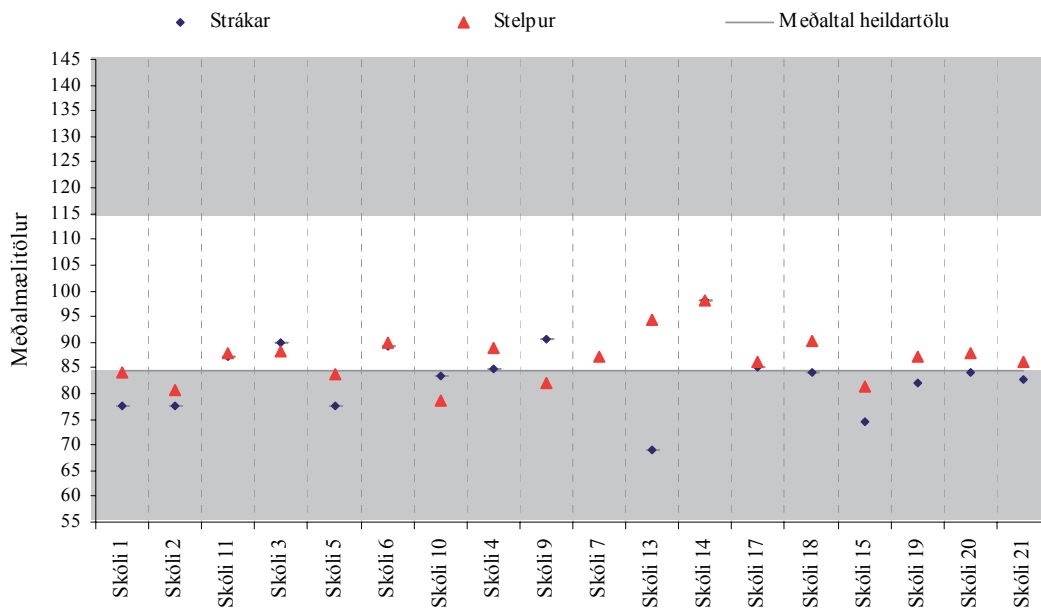
Á mynd 26 má sjá meðalheildartölur eftir skólum og vikmörk þeirra. Meðalheildartala er 80. Samkvæmt stöðlun Talnalykils má búast við að meðalheildartala sé á bilinu 85-115 ef allir nemendur taka þátt, þ.e. ekki aðeins þeir nemendur sem verst gengur eins og hér. Gildi meðalheildartölu í hverjum skóla segir um hvernig skimunin hefur virkað í viðkomandi skóla. Ef gildi meðalheildartölu er lágt hafa aðeins þeir allra slökustu farið í gegnum þriðja þrep skimunarinnar. Ef meðaltalið er hátt hafa tiltölulega margir sem ekki eru slakir farið í gegnum þriðja þrep skimunarinnar.



Mynd 26. Meðalheildartölur eftir skólum<sup>15</sup>

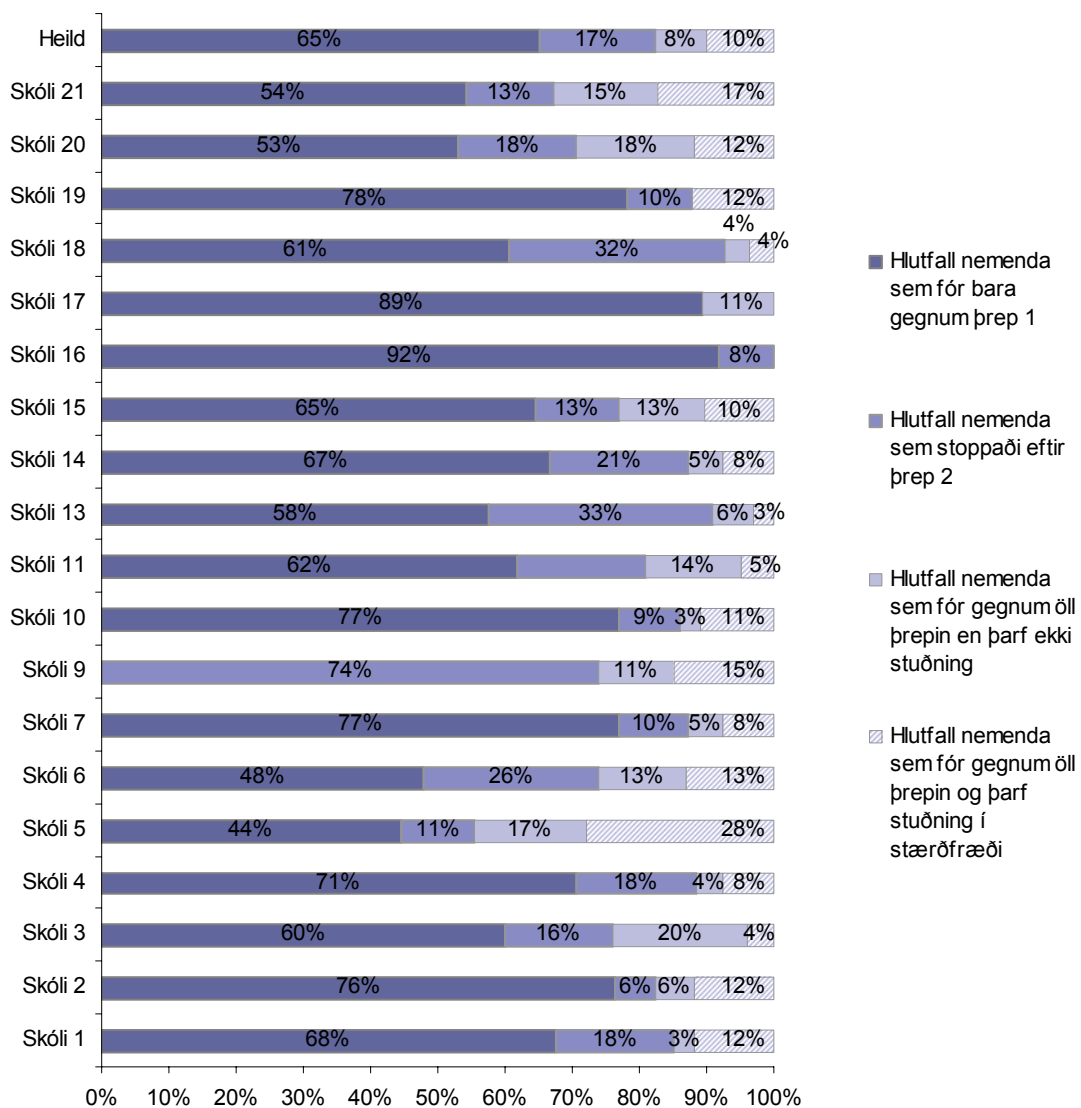
Á mynd 27 er meðalheildartölum einnig skipt niður eftir kyni. Stelpur höfðu yfirleitt hærri heildartölu eða í sjö skólum af tíu þar sem bæði kyn tóku prófið. Meðalheildartala stelpna var 86,3 en stráka 82,7.

<sup>15</sup> Í skóla 16 fóru engir nemendur í gegnum öll þrjú þrep prófsins, hann er því ekki með í myndinni.



Mynd 27. Meðalheildartölur eftir skólum og kyni

Á mynd 28 sést svo hve stórt hlutfall nemenda af heildarfjölda er líklegt til að þurfa hjálp í stærðfræði og eftir einstökum skólum. Mismunandi er eftir skólum hvort nemendur sem tóku allt prófið eru líklegir til að þurfa hjálp í stærðfræði eða ekki, allt frá því að enginn er talinn þurfa á stuðningi að halda upp í 28% nemenda. Í skóla 17 fóru um 11% nemenda í gegnum öll þrep skimunarinnar en enginn þeirra virtist líklegur til að vera í erfiðleikum með stærðfræðinámi. Hafa ber í huga að í sumum skólum er um mjög fáa nemendur að ræða sem standa að baki þessum prósentum. Í heildina þurftu 65% nemenda aðeins að fara í gegnum þrep I, 17% nemenda þurftu að fara í gegnum þrep I og II og um 18% nemenda þurftu að fara í gegnum öll þrep skimunarinnar. Að meðaltali eru um 10% nemenda talin þurfa á stuðningi eða sérkennslu að halda í stærðfræði.



Mynd 28. Hlutfall nemenda eftir skólum/þrepi og hlutfall nem. sem þurfa sérstakan stuðning

## Samantekt og nýting niðurstaðna

---

Í heildina teljast 10% nemenda (68 nemendur af 689) þurfa sérstakan stuðning í stærðfræði. Samkvæmt þeim viðmiðum sem stuðst var við ætti þetta að vera um 92% þeirra nemenda sem líklega munu þurfa sérkennslu í stærðfræði. Samkvæmt upplýsingum í sérkennslukönnun 2005 (*Sérkennsla í grunnskólum Reykjavíkur, 2005*) nær sérkennsla í stærðfræði hámarki í sjöunda bekk, en þar eru nýttar 15,5% af heildarsérkennslustundum í stærðfræði. Í 3. bekk eru aðeins nýtt 8.3% og í 4. bekk 10.5%. Þessar upplýsingar segja ekki til um hve margir einstaklingar njóta sérkennslu í stærðfræði en sýna hvernig tíminn skiptist hlutfallslega eftir árgöngum. Skólar geta nú nýtt sér niðurstöður skimunarprófsins í 3. bekk til að setja sérkennslu í stærðfræði sterkar inn í 4. og 5. bekk en virðist gert samkvæmt ofangreindri sérkennslukönnun.

Um 65% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi I og teljast því vera ólíkleg til að þurfa á sérstakri aðstoð í stærðfræði að halda. Um 17% nemenda náðu settu viðmiði í þrepi II og teljast því ekki í mikilli áhættu hvað varðar námsörðugleika í stærðfræði. Um 18% nemenda fóru í gegnum þrep III og 10% nemenda telst þurfa á sérstakri aðstoð að halda í stærðfræði.

Í flestum prófþáttum í þrepi III var meðalmælitala nemenda innan þeirra marka sem telst vera meðalárangur. Lægst var meðalmælitala í *mælingum* en þar voru aðeins 36% nemenda með getu í meðallagi eða fyrir ofan meðallag. Allir skólar nema tveir voru með meðalmælitölu undir 8 í þessum þætti. Næst lægst var meðalmælitalan í *algebru og jöfnum* en þar voru flestir skólar undir meðalárangri. Enn skal á það bent að aðeins hluti nemenda tók þessa prófþætti. Þetta er því niðurstaða sem vert er að skoða án þess að draga miklar ályktanir um stöðu alls hópsins.

Best komu nemendur út í *tölfræði* og *rúm- og flatarmáli* en þar voru 76 - 85% nemenda með getu um og yfir meðallagi.

Í þessari skýrslu er borinn saman árangur þeirra 19 skóla sem tóku þátt í stærðfræðiskimuninni og einnig eru skólar bornir saman við heildarmeðalárangur þessara 19 skóla. Æskilegt er að kennarar nýti þessar niðurstöður til að gera áætlun um stærðfræðikennslu út frá stöðu hvers einstaklings. Einnig er mikilvægt að nýta þær vísbendingar, sem hér koma fram og í skýrslum einstakra skóla, um hvað hefur gefið góða raun í stærðfræðikennslu og hvað þarfínast úrbóta.

Niðurstöðurnar er bæði hægt að nýta til að breyta áherslum í kennslu heilla bekkja og ekki síður til að styðja einstaka nemendur. Ef niðurstöður gefa til kynna að skilning vanti á einhverjum grunnhugtökum stærðfræðinnar er hægt að grípa strax inn í til að nemendur geti náð árangri.

Niðurstöður úr prófþættinum *mælingar* gefa til kynna að nokkur hluti nemenda í öllum skólum skilji ekki hugtök eins og dagar/vikur/mán/ár, mm/cm/m/km og sek/mín/klst en spurning er hvað veldur því. Enn skal á það bent að aðeins hluti nemendahópsins tók þennan námsþátt og niðurstöðurnar gefa því ekki upplýsingar um færni alls nemendahópsins. Það er þó ljóst að nemendahópurinn sem líklegastur er til að þurfa

stuðning í stærðfræði stendur sig lakar í þessum námsþætti en öðrum. Því er vert að skoða sérstaklega hvernig unnið er með mælingar í skólastofunni og einnig hvort þessir nemendur þurfa sérstaka aðstoð við að tileinka sér þessi hugtök.

Markmið skimunarinnar er að finna þá einstaklinga sem þurfa á stuðningi að halda í stærðfræðinámi. Mikilvægt er því að skólar nýti þær upplýsingar sem skimunin gefur til að ákvarða hvaða einstaklingar þurfa á sérkennslu í stærðfræði að halda. Þessir nemendur vinni eftir einstaklingsáætlun í stærðfræði þar sem tekið er tillit til veikra og sterkra þátta í stærðfræðiþekkingu þeirra.

Einnig er mikilvægt að nýta niðurstöður við heildarskipulag stærðfræðináms, s.s. með sjálfstæðum verkefnum sem höfða til áhugasviðs og getu einstakra einstaklinga og með tímabundinni getuskiptingu hópa, þar sem nemendur vinna markvisst að þjálfun ákveðinna atriða og þátta stærðfræðinnar. Í stærðfræðináminu sem öðru námi nemenda ætti að hafa að leiðarljósi einstaklingsmiðað nám og samvinnu nemenda ásamt því að nýta fjölbreyttar námsleiðir til að koma sem best til móts við veika og sterka þætti einstakra nemenda í samræmi við einstaklingsáætlun sem þeir móta í samstarfi við kennara og foreldra.

## Heimildaskrá

---

*Aðalnámskrá grunnskóla, stærðfræði* (1999). Reykjavík: Menntamálaráðuneytið.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (1998a). *Talnalykill. Mælitölur, vikmörk og matsreglur fyrir hóppróf*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (1998b). *Talnalykill. Staðal- og markbundið próf í stærðfræði handa 1.-7. bekk. Handbók*. Reykjavík: Rannsóknastofnun uppeldis- og menntamála.

Einar Guðmundsson og Guðmundur B. Arnkelsson (2003). *Skilvirkni skimunar með Talnalykli: Leit að slökum nemendum í stærðfræði*. Sálfræðiritið, 8.

Sigurbjörg J. Helgadóttir o.fl. *Sérkennsla í grunnskólum Reykjavíkur*. 2005 (skýrsla í vinnslu). Reykjavík: Menntasvið Reykjavíkurborgar.

*Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2004*. Reykjavík. Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

*Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2005*. Reykjavík. Fræðslumiðstöð Reykjavíkur.

*Starfsáætlun fræðslumála í Reykjavík 2006*. Reykjavík. Menntasvið Reykjavíkur.

Talnalykill. Heimasíða Námsmatsstofnunar, [www.namsmat.is](http://www.namsmat.is), Talnalykill.